

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Российская академия народного хозяйства и государственной службы
при Президенте Российской Федерации**

**Олимпиада школьников РАНХиГС по Экономике
2025 – 2026 учебный год
10-11 класс
Заключительный этап
Вариант 1**

Задача 1. Максимум 20 баллов

В одном параллельном сказочном мире трем пороссятам повезло: волк не собирался их есть и разрушать их домики. Наоборот, он был очень хозяйственный и старался делать так, чтобы лес был ухоженным. Волк придумал централизованно вывозить пластиковые бутылки из-под воды, чтобы пороссята не бросали их рядом с домиками. Он узнал, сколько воды пьют пороссята, и посчитал, что еженедельно каждый из них выпивает десять одинаковых бутылок воды. Волк выяснил тариф на вывоз пластиковых бутылок коммунальными службами – 5 ден. ед. за $0,01 \text{ м}^3$. Пороссята могут выбрасывать бутылки как есть: считайте, что занимаемое пространство одной бутылкой составляет примерно $\bar{y} = 0,0075 \text{ м}^3$. Также они могут прилагать усилия для их сжатия. Известно, что занимаемое пространство j -той выбрасываемой бутылкой отрицательно зависит от прилагаемых усилий e_i i -ым поросенком (здесь e_i – денежная оценка затрачиваемых усилий, $e_i \geq 0$) и описывается уравнением $y_j = 0,0005 + \frac{\bar{y} - 0,0005}{1 + e_i}$. Несколько бутылок занимают объем $Y = 1,2 \sum y_j$, где коэффициент 1,2 показывает, что занимаемое пространство растет за счет воздушных промежутков между бутылками и неровностей при штабелировании. Плата за вывоз с каждого поросенка составляет одинаковую фиксированную величину p независимо от количества выбрасываемых ими бутылок.

Пусть каждый i -ый поросенок при выборе своих усилий максимизирует функцию $u(p, e_i) = 100 - p - e_i$.

(А) Если каждый поросенок будет прикладывать очень большие усилия для сжатия, то какое минимальное пространство может занимать одна бутылка?

(Б) Рассчитайте, какие усилия будет выбирать каждый поросенок и какой общий объем мусора будет в результате вывозиться еженедельно?

(В) Пусть волк знает, как будут вести себя пороссята. Рассчитайте размер платы p , который он должен взять с каждого поросенка, чтобы весь мусор был вывезен по установленному тарифу. Волк при этом не планирует получать никакой прибыли (или убытков).

(Г) Могут ли пороссята сообща каким-то образом увеличить значения своих функций $u(p, e_i)$ по сравнению с полученными в п. Б? Если могут, то подтвердите это расчетами и объясните, почему в п. Б оказалась не максимальное значение функции $u(p, e_i)$.

Решение: (А) При очень больших усилиях e_i стремится к бесконечности. Тогда величина y_j будет стремиться к 0,0005, т.к. дробь $\frac{\bar{y}-0,0005}{1+e_i}$ будет близка к 0.

(Б) Поскольку функция $u(p, e_i)$ отрицательно зависит от e_i , то максимальное значение будет достигать при минимально возможном $e_i = 0$, т.е. никто не будет прикладывать усилий для сжатия бутылок. Тогда общий объем выбрасываемых бутылок составит $Y = 1,2 \sum \bar{y} = 1,2 \cdot 10 \cdot 0,0075 \cdot 3 = 0,27 \text{ м}^3$.

(В) Поскольку тариф составляет 5 ден. ед. за $0,01 \text{ м}^3$, то за вывоз $0,27 \text{ м}^3$ мусора нужно заплатить 135 ден. ед. Каждый поросенок должен будет заплатить $p=45$ ден. ед.

(Г) При нулевых усилиях значение функции $u(p, e_i)$ составит $100-45=55$. Да, можно подобрать пример увеличения усилий каждый поросенком. Например, пусть каждый поросенок прикладывает усилия $e_i = 9$. Тогда одна бутылка займет пространство $y_j = 0,0005 + \frac{0,0075-0,0005}{1+9} = 0,0012$. А общий объем выбрасываемых бутылок составит $Y = 1,2 \sum 0,0012 = 1,2 \cdot 10 \cdot 0,0012 \cdot 3 = 0,0432 \text{ м}^3$. Плата за вывоз с каждого поросенка составит тогда $4,32 \cdot \frac{5}{3} = 7,2$. Полезность каждого при этом будет равна $100-7,2 - 9 = 83,8$, значение функции станет больше. Полезность не максимальная из-за проблемы безбилетника. Экономия пространства является общественным благом и каждый поросенок не учитывает влияние своих усилий на общий объем вывоза бутылок и, соответственно, на плату за вывоз. При росте усилий на сжатие бутылок снижается полезность каждого поросенка. Но объем вывоза мусора снижается значительно и поэтому эффект снижения платы за вывоз сильнее влияет на изменение функции $u(p, e_i)$.

Критерии оценивания:

(А) **2 балла**

(Б) **Всего 4 балла.** Из них: найдены оптимальные усилия – **2 балла**, найден общий объем мусора – **2 балла**.

(В) Найдена плата – **4 балла**.

(Г) **Всего 10 баллов:** Найдено максимальное значение функции в п. (Б) – **1 балл**. Построен пример с увеличением значения функции либо найдены оптимальные усилия при совместном поведении с указанием, как увеличилось значение функции – **5 баллов**. Приведено объяснение – **4 балла**.

Задача 2. Максимум 20 баллов.

Розничные инвесторы Анна Т. и Ольга Ф. владеют небольшими пакетами обыкновенных акций акционерной компании “Краб и креветка”. Руководство компании приняло решение увеличить акционерный капитал компании и выпустить 1000 дополнительных обыкновенных акций. При этом акции планируется разместить среди нынешних акционеров пропорционально их текущим пакетам. Какое количество акций будет принадлежать Анне



Т. после увеличения акционерного капитала компании, если уже после увеличения акционерного капитала Ольга Ф. продаст ей 1/4 своего пакета?

Решение:

1) определяем долю принадлежащих Анне Т. акций в текущий момент в процентах:

$560 \text{ акций} / 7000 \text{ акций} = 0,08$ или 8% от акционерного капитала.

определяем долю принадлежащих Ольге Ф. акций в текущий момент в процентах:

$350 \text{ акций} / 7000 \text{ акций} = 0,05$ или 5% от акционерного капитала.

2) определяем количество новых акций, которое получит Анна Т. при распределении дополнительного выпуска акций: $1000 \text{ акций} * 0,08 = 80 \text{ акций}$.

определяем количество новых акций, которое получит Ольга Ф. при распределении дополнительного выпуска акций: $1000 \text{ акций} * 0,05 = 50 \text{ акций}$.

3) определяем количество принадлежащих Анне Т. акций после увеличения акционерного капитала компании: $560 \text{ акций} + 80 \text{ акций} = 640 \text{ акций}$.

определяем количество принадлежащих Ольге Т. акций после увеличения акционерного капитала компании: $350 \text{ акций} + 50 \text{ акций} = 400 \text{ акций}$.

4) определяем количество акций, которое Ольга Ф. продала Анне Т.: $400 \text{ акций} / 4 = 100 \text{ акций}$.

5) определяем количество принадлежащих Анне Т. акций после увеличения акционерного капитала компании и покупки 1/4 пакета Ольги Ф: $640 \text{ акций} + 100 \text{ акций} = 740 \text{ акций}$.

Критерии оценивания:

1. **20 баллов** - дан правильный ответ на вопрос (т.е. указано количество акций 740);
2. **15 баллов** - верно рассчитаны действия 1), 2), 3), 4), но не рассчитан или дан неверный ответ в действии 5);
3. **10 баллов** - верно рассчитаны действия 1), 2), 3), но не рассчитаны или даны неверные ответы в действиях 4) и 5);
4. **5 баллов** - верно рассчитаны действия 1), 2), но не рассчитаны или даны неверные ответы в действиях 3,) 4), 5);
5. **0 баллов** - дан неправильный ответ на вопрос с нарушением всей логики расчетов или не приведены никакие расчеты.

Задача 3. Максимум 20 баллов.

В современных экономических моделях большую роль при определении поведения экономических агентов играют их ожидания относительно будущего.

Пусть Алексей хочет рассчитать, сколько кофе ему нужно выпить каждый день, чтобы быть счастливым и бодрым. Обозначим за x_t количество кофе (в миллилитрах), которое Алексей выпивает за день t .

Введем также следующее обозначение: $E_t(x_{t+1})$ – это оценка, сделанная в день t , относительно количества кофе, которое Алексей выпьет за день $(t + 1)$. Например, если t – сегодня, то эта запись означает, что Алексей сегодня думает относительно количества кофе, которое он выпьет завтра.

Пусть оптимальное количество выпитого кофе за каждый день выражается следующим соотношением: $x_t = 0.9E_t(x_{t+1}) + y_t$, где y_t – не зависящее от действий Алексея количество кофе, выпиваемое его лучшим другом Семеном (в миллилитрах), определяемое как: $y_t = 0.2y_{t-1}$, а ожидания формируются следующим образом: $E_t(x_{t+1}) = 0.4x_{t-1} + 40$.

Алексей решил заняться этой задачкой в понедельник (обозначим за x_1), зная, что в воскресенье он выпил 150 мл кофе (обозначим за x_0), а Семен – 400 мл (обозначим за y_0).

- 1) Выведите формулу оптимального потребления кофе на каждый день для Алексея, связывающую x_t с начальными значениями x_0, y_0 и днем t .
- 2) Определите, сколько кофе должен выпить Алексей в понедельник (x_1) и вторник (x_2).
- 3) Если Алексей действует строго по модели, совпадают ли фактическое (x_2) и ожидаемое $E_1(x_2)$ количество выпитого кофе во вторник? Рассчитайте величину ошибки как разницу между этими двумя количествами. Приведите два экономических обоснования, почему прогнозы не всегда совпадают с реальностью?

Решение:

Пункт 1:

Необходимо аналитически решить систему и получить выражение для x_t

$$\begin{cases} x_t = 0.9E_t(x_{t+1}) + y_t \\ E_t(x_{t+1}) = 0.4x_{t-1} + 40 \\ y_t = 0.2y_{t-1} \\ x_0 = 150, y_0 = 400 \end{cases}$$

Подставим имеющиеся выражения в основное:

$$x_t = 0.9(0.4x_{t-1} + 40) + y_t = 0.36x_{t-1} + 36 + y_t (*)$$

Необходимо вывести y_t через y_0 : $y_t = 0.2^t y_0$

Подставляем: $x_t = 0.36x_{t-1} + 0.2^t y_0 + 36 (**)$

Аналогично, необходимо вывести x_t через x_0 – рекурсивно. Так как выражение для x верно для всех t , получим

$$x_t = 0.36x_{t-1} + 0.2^t y_0 + 36 = 0.36[0.36x_{t-2} + 0.2^{t-1} y_0 + 36] + 0.2^t y_0 + 36$$

$$x_t = 0.36^2 x_{t-2} + 0.36 * 0.2^{t-1} y_0 + 0.2^t y_0 + 0.36 * 36 + 36$$

$$x_t = 0.36^2 [0.36 x_{t-3} + 0.2^{t-2} y_0 + 36] + 0.36 * 0.2^{t-1} y_0 + 0.2^t y_0 + 0.36 * 36 + 36$$

$$x_t = 0.36^3 x_{t-3} + 0.36^2 * 0.2^{t-2} y_0 + 0.36 * 0.2^{t-1} y_0 + 0.2^t y_0 + 0.36^2 * 36 + 0.36 * 36 + 36$$

...

$$x_t = 0.36^t x_0 +$$

$$+ y_0 * (0.36^{t-1} * 0.2 + \dots + 0.36^2 * 0.2^{t-2} + 0.36 * 0.2^{t-1} + 0.2^t) +$$

$$+ 36 * (0.36^{t-1} + \dots + 0.36^2 + 0.36 + 1)$$

$$x_t = 0.36^t x_0 + y_0 * 0.2^t \frac{1 - (0.36/0.2)^t}{1 - 0.36/0.2} + 36 * \left(\frac{1 - 0.36^t}{1 - 0.36} \right)$$

$$x_t = 0.36^t x_0 + y_0 * 0.2^t \frac{1 - 1.8^t}{1 - 1.8} + 36 * \left(\frac{1 - 0.36^t}{1 - 0.36} \right)$$

$$x_t = 0.36^t * x_0 + (y_0/0.8) * (0.36^t - 0.2^t) + 56.25 * (1 - 0.36^t)$$

Подставляя начальные значения, получим:

$$x_t = 0.36^t * 150 + 500 * (0.36^t - 0.2^t) + 56.25 * (1 - 0.36^t)$$

Также возможно было получить итоговую формулу через преобразования убывающих геометрических прогрессий.

Пункт 2:

В понедельник Алексей должен выпить:

$$x_1 = 0.36^1 * 150 + 500 * (0.36^1 - 0.2^1) + 56.25 * (1 - 0.36^1) = 54 + 80 + 36 = 170 \text{ (мл)}$$

Во вторник Алексей должен выпить:

$$x_2 = 0.36^2 * 150 + 500 * (0.36^2 - 0.2^2) + 56.25 * (1 - 0.36^2) = 19.44 + 44.8 + 48.96 = 113.2 \text{ (мл)}$$

Пункт 3:

Величина ошибки: $x_2 - E_1(x_2) = 113.2 - [0.4 * 150 + 40] = 13.2$ – выпито на 13.2 мл больше, чем ожидалось.

Причины несоответствия:

- Ограниченная рациональность агентов: недостаток вычислительных мощностей, ограниченное понимание взаимосвязей, недостаток информации
- Случайные события, происходящие после прогноза и влияющие на фактическое значение переменной

Критерии оценивания:

Пункт 1 – max = **12 баллов**

- Частичное продвижение по выводу формулы (примерно на 1/3) – **4 балла**;
- Частичное продвижение по выводу формулы (примерно на 2/3) – **8 баллов**;
- Полный вывод итоговой формулы – **12 баллов**

Каждая арифметическая ошибка при верной логике решения – минус 2 балла

Пункт 2 – max = **4 балла** (по 2 балла за x_1 и x_2)

Пункт 3 – max = **4 балла**:

- Расчет величины ошибки - **2 балла**,
- Обоснование - **2 балла** (1 балл за каждую причину)

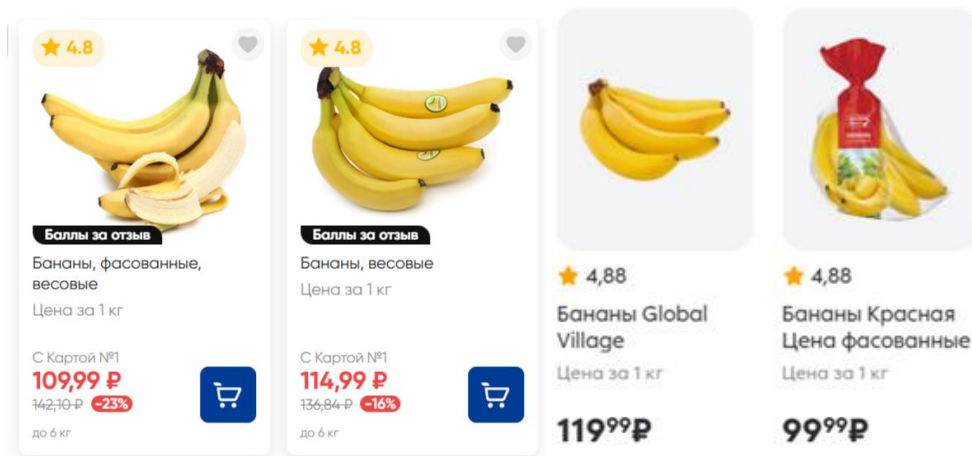
Задача 4. Максимум 20 баллов.

(А) При покупке многих продуктов питания, продаваемых на развес, мы можем ожидать, что цена за единицу веса или объема фасованного продукта должна быть больше цены такого же продукта, но не фасованного. Приведите два различных аргумента, объясняющие ожидание такого соотношения.

(Б) Однако в реальности мы часто видим обратное соотношение. Например, на картинках вы видите, как различаются цены на бананы в четырех разных магазинах в зависимости от того, фасованные они или нет. Приведите два различных экономических обоснования такого наблюдаемого соотношения.

The screenshot displays four banana products in a grid layout. Each product card includes a rating, a discount tag, a product name, a price per unit, and a price per kilogram. The first two products are fresh bananas, while the last two are packaged bananas.

Product Name	Rating	Discount	Price per Unit	Price per kg
Бананы	4.5	-13%	149,90 руб	129,90 руб
Бананы We Love Fresh Фасованные	4.4	-14%	139,90 руб	119,90 руб
Бананы	4.91		148,99 руб/кг	148,99 руб
Бананы фасованные	4.91		139,99 руб/кг	139,99 руб



Решение:

(А) Примеры аргументов:

- 1) Фасовка имеет дополнительные издержки (на труд, весы, на фасовочный материал).
- 2) Спрос на фасованный товар, возможно, больше, т.к. потребители экономят время на взвешивание товара, поэтому готовы платить большую цену. А при более высоком спросе равновесная цена должна быть больше.
- 3) Потребители могут ожидать, что в упаковке отобраны продукты лучшего качества – готовы за них платить больше, поэтому цена выше.

(Б) Примеры аргументов:

- 1) Продажа фасованного товара как правило происходит большим объемом, а при покупке большего объема цена обычно ниже (ценовая дискриминация 2 рода);
- 2) Когда потребители самостоятельно взвешивают товар, часть его может повреждаться – продавец не сможет продать эти единицы товара. На оставшиеся должна быть более высокая цена.
- 3) Потребители выбирают при покупке нефасованного товара продукты лучшего качества – они стоят дороже. Останутся непроданными худшие экземпляры. В фасованном же пакете единицы товара разного качества продаются вперемешку – в среднем цена такого товара будет меньше.
- 4) Фасовка промышленным способом обходится дешевле, чем фасовка потребителем вручную (магазину нужно обслуживать весы и т.п.).

Принимаются так же другие экономические аргументы. Не принимались противоречащие друг другу аргументы (засчитывался только один из них). Не засчитывались фактически одинаковые аргументы, записанные немного разными словами (засчитывался один из них). Не засчитывались некорректные аргументы (например, что при более высоком спросе цена будет меньше).

Критерии оценивания:

(А) **10 баллов** (2 обоснования по 5 баллов).

(Б) **10 баллов** (2 обоснования по 5 баллов).

Задача 5. Максимум 20 баллов.

Петру приснился сон, в котором он попал на экономическую телевикторину, где дошел до финала и выиграл 500 тысяч рублей. Ведущий предложил ему сыграть в суперигру, в которой он должен выбрать одно из трех возможных решений. Наградой будет та сумма, которую он получил бы, выбрав соответствующее решение.

Путь 1. Обменять рубли на аргентинские песо по курсу 1 рубль = 18 песо и открыть депозит в аргентинском банке с доходностью 35% годовых (без капитализации и выплатой процентов в конце срока) на один год, а затем обменять полученные песо по курсу 1 рубль = 36 песо.

Путь 2. Обменять рубли на китайские юани по курсу 1 юань = 11 рублей и купить облигации со следующими характеристиками: цена покупки – 1000 юаней за штуку, цена продажи через год с учетом купонного дохода – 1200 юаней за штуку. Затем через год продать облигации и обменять имеющиеся юани по курсу 1 юань = 12 рублей.

Путь 3. Открыть депозит в рублях на 1 год с доходностью 16% годовых без капитализации и выплатой процентов в конце срока.

- 1) Рассчитайте итоговый выигрыш при выборе каждого пути и скажите, какой вариант стоит выбрать Петру в его сне?
- 2) Проснувшись, Петр решил, что наяву в подобной игре сделать рациональный выбор было бы гораздо сложнее. Приведите три различные экономические причины, объясняющие его точку зрения.

Решение:

Пункт 1.

Расчет выигрышей в каждом из путей.

Путь 1: 500000 рублей = 9000000 песо, открываем депозит на 1 год под 35 % годовых – получаем $9000000 * (1 + 0,35) = 12150000$ песо, обмениваем обратно на рубли – 12150000 песо = 337500 рублей.

Путь 2: 500000 рублей = 45454,54 юаней, на них покупаем 45 облигаций по 1000 юаней (купить 46ю не можем, не хватает), через год продаем и получаем $45 * 1200 = 54000 + 454,54$ (остаток) = 54454,54 юаней = 653454,6 рублей (это если округлить до 454.55, если оставить как 454.54, то будет 653454.48)

Путь 3: 500000 рублей на депозит под 16% годовых на один год: $500000 * (1 + 0,16) = 580000$ рублей

Вывод: выбираем путь 2.

Пункт 2.

Возможные экономические причины:

- Неопределенность относительно будущих значений валютных курсов, затрудняющая расчет доходностей
- Всевозможные трансакционные издержки (необязательно именно этот термин): комиссии, налоги, ...
- Ограничения на потоки капитала (например, вывод капитала из России или Аргентины) и на операции с капиталом (например, открытие депозита в Аргентине без гражданства этой страны)

Часто указываемая причина – инфляция – не засчитывалась без указания, как она влияет. Все итоговые суммы получены в рублях, поэтому все они одинаково соотносятся друг с другом с учетом инфляции. Так же при указании на разную инфляцию в разных странах не объяснялось, как это влияет на соотношение в суммах трех путей (инфляция влияет на стоимость валюты и на обменные курсы, но это другая причина, обычно уже указанная).

Критерии оценивания:

Пункт 1 – max = **11 баллов**

- Расчет выгоды при выборе пути 1: полный корректный ответ - **3 балла**, правильная логика при наличии арифметической ошибки - **1 балл**
- Расчет выгоды при выборе пути 2: полный корректный ответ (перевод рублей в рупии, расчет выгоды в рупиях, обратный перевод рупий в рубли) - **3 балла**, правильная логика при наличии арифметической ошибки – не больше **2 баллов**
- Расчет выгоды при выборе пути 3: полный корректный ответ (перевод рублей в евро, расчет количества облигаций, расчет выгоды в евро, перевод евро в рубли) - **4 балла**, если не учтено, что можно купить только 43 облигации – **минус 1 балл**, если не учтен остаток (на который нельзя купить облигацию) при переводе евро в рубли – **минус 1 балл**, правильная логика при наличии арифметической ошибки – не больше **2 баллов**
- Правильно сделанный вывод - **1 балл**

Пункт 2 – max = **9 баллов**

- Приведены три корректные причины - **9 баллов**
- Приведены две корректные причины - **6 баллов**
- Приведена одна корректная причина - **3 балла**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

Российская академия народного хозяйства и государственной службы
при Президенте Российской Федерации

Олимпиада школьников РАНХиГС по Экономике

2025 – 2026 учебный год

10-11 класс

Заключительный этап

Вариант 2

Задача 1. Максимум 20 баллов

В одном параллельном сказочном мире трем пороссятам повезло: волк не собирался их есть и разрушать их домики. Наоборот, он был очень хозяйственный и старался делать так, чтобы лес был ухоженным. Волк придумал централизованно вывозить пластиковые бутылки из-под воды, чтобы пороссята не бросали их рядом с домиками. Он узнал, сколько воды пьют пороссята, и посчитал, что ежемесячно каждый из них выпивает сорок одинаковых бутылок воды. Волк выяснил тариф на вывоз пластиковых бутылок коммунальными службами – 2 ден. ед. за $0,01 \text{ м}^3$. Пороссята могут выбрасывать бутылки как есть: считайте, что занимаемое пространство одной бутылкой составляет примерно $\bar{y} = 0,0075 \text{ м}^3$. Также они могут прилагать усилия для их сжатия. Известно, что занимаемое пространство j -той выбрасываемой бутылкой отрицательно зависит от прилагаемых усилий e_i i -ым поросенком (здесь e_i – денежная оценка затрачиваемых усилий, $e_i \geq 0$) и описывается уравнением $y_j = 0,0005 + \frac{\bar{y} - 0,0005}{1 + e_i}$. Несколько бутылок занимают объем $Y = 1,1 \sum y_j$, где коэффициент 1,1 показывает, что занимаемое пространство растет за счет воздушных промежутков между бутылками и неровностей при штабелировании. Плата за вывоз с каждого поросенка составляет одинаковую фиксированную величину p независимо от количества выбрасываемых ими бутылок.

Пусть каждый i -ый поросенок при выборе своих усилий максимизирует функцию $u(p, e_i) = 200 - 2p - 3e_i$.

(А) Если каждый поросенок будет прикладывать очень большие усилия для сжатия, то какое минимальное пространство может занимать одна бутылка?

(Б) Какие усилия будет выбирать каждый поросенок и какой общий объем мусора будет в результате вывозиться ежемесячно?

(В) Пусть волк знает, как будут вести себя пороссята. Определите размер платы p , который он должен взять с каждого поросенка, чтобы весь мусор был вывезен по установленному тарифу. Волк при этом не планирует получать никакой прибыли (или убытков).

(Г) Могут ли пороссята сообща каким-то образом увеличить значения своих функций $u(p, e_i)$ по сравнению с полученными в п. Б? Если могут, то подтвердите это расчетами и объясните, почему в п. Б оказалась не максимальное значение функции $u(p, e_i)$.

Решение:

(А) При очень больших усилиях e_i стремится к бесконечности. Тогда величина y_j будет стремиться к 0,0005, т.к. дробь $\frac{\bar{y}-0,0005}{1+e_i}$ будет близка к 0.

(Б) Поскольку функция $u(p, e_i)$ отрицательно зависит от e_i , то максимальное значение будет достигать при минимально возможном $e_i = 0$, т.е. никто не будет прикладывать усилий для сжатия бутылок. Тогда общий объем выбрасываемых бутылок составит $Y = 1,1 \sum \bar{y} = 1,1 \cdot 40 \cdot 0,0075 \cdot 3 = 0,99 \text{ м}^3$.

(В) Поскольку тариф составляет 2 ден. ед. за $0,01 \text{ м}^3$, то за вывоз $0,99 \text{ м}^3$ мусора нужно заплатить 198 ден. ед. Каждый поросенок должен будет заплатить $p = 66$ ден. ед.

(Г) При нулевых усилиях каждый поросенок значение функции $u(p, e_i)$ составит $200 - 2 \cdot 66 = 68$. Да, можно подобрать пример увеличения усилий каждый поросенком. Например, пусть каждый поросенок прикладывает усилия $e_i = 9$. Тогда одна бутылка займет пространство $y_j = 0,0005 + \frac{0,0075 - 0,0005}{1+9} = 0,0012$. А общий объем выбрасываемых бутылок составит $Y = 1,1 \sum 0,0012 = 1,1 \cdot 40 \cdot 0,0012 \cdot 3 = 0,1584 \text{ м}^3$. Плата за вывоз с каждого поросенка составит тогда $15,84 \cdot \frac{2}{3} = 10,56$. Полезность каждого при этом будет равна $200 - 2 \cdot 10,56 - 3 \cdot 9 = 151,88$, значение функции станет больше. Полезность не максимальная из-за проблемы безбилетника. Экономия пространства является общественным благом и каждый поросенок не учитывает влияние своих усилий на общий объем вывоза бутылок и, соответственно, на плату за вывоз. При росте усилий на сжатие бутылок снижается полезность каждого поросенка. Но объем вывоза мусора снижается значительно и поэтому эффект снижения платы за вывоз сильнее влияет на изменение функции $u(p, e_i)$.

Критерии оценивания:

(А) **2 балла**

(Б) **Всего 4 балла.** Из них: найдены оптимальные усилия – **2 балла**, найден общий объем мусора – **2 балла**.

(В) Найдена плата – **4 балла**.

(Г) **Всего 10 баллов:** Найдено максимальное значение функции в п. (Б) – **1 балл**. Построен пример с увеличением значения функции либо найдены оптимальные усилия при совместном поведении с указанием, как увеличилось значение функции – **5 баллов**. Приведено объяснение – **4 балла**.

Задача 2. Максимум 20 баллов

Розничные инвесторы Олег Л. и Юрий В. владеют небольшими пакетами обыкновенных акций акционерной компании “Икорный дом”. Руководство компании приняло решение увеличить акционерный капитал компании и выпустить 1500 дополнительных обыкновенных акций. При этом акции планируется разместить среди нынешних акционеров пропорционально их текущим пакетам. Какое количество акций будет принадлежать Олегу Л. после увеличения акционерного капитала компании, если уже после увеличения акционерного капитала Юрий В. продаст ему 1/3 своего пакета?



Решение:

1) определяем долю принадлежащих Олегу Л. акций в текущий момент в процентах:
 $= 720 \text{ акций} / 12000 \text{ акций} = 0,06$ или 6% от акционерного капитала.

определяем долю принадлежащих Юрию В. акций в текущий момент в процентах:
 $= 480 \text{ акций} / 12000 \text{ акций} = 0,04$ или 4% от акционерного капитала.

2) определяем количество новых акций, которое получит Олег Л. при распределении дополнительного выпуска акций: $= 1500 \text{ акций} * 0,06 = 90 \text{ акций}$.

определяем количество новых акций, которое получит Юрий В. при распределении дополнительного выпуска акций: $= 1500 \text{ акций} * 0,04 = 60 \text{ акций}$.

3) определяем количество принадлежащих Олегу Л. акций после увеличения акционерного капитала компании: $= 720 \text{ акций} + 90 \text{ акций} = 810 \text{ акций}$.

определяем количество принадлежащих Юрию В. акций после увеличения акционерного капитала компании: $= 480 \text{ акций} + 60 \text{ акций} = 540 \text{ акций}$.

4) определяем количество акций, которое Юрий В. продал Олегу Л.: $= 540 \text{ акций} / 3 = 180 \text{ акций}$.

5) определяем количество принадлежащих Олегу Л. акций после увеличения акционерного капитала компании и покупки 1/3 пакета Юрия В.: $= 810 \text{ акций} + 180 \text{ акций} = 990 \text{ акций}$.

Критерии оценивания:

1. **20 баллов** - дан правильный ответ на вопрос (т.е. указано количество акций 990);
2. **15 баллов** - верно рассчитаны действия 1), 2), 3), 4), но не рассчитан или дан неверный ответ в действии 5);
3. **10 баллов** - верно рассчитаны действия 1), 2), 3), но не рассчитаны или даны неверные ответы в действиях 4) и 5);
4. **5 баллов** - верно рассчитаны действия 1), 2), но не рассчитаны или даны неверные ответы в действиях 3), 4), 5);

5. **0 баллов** - дан неправильный ответ на вопрос с нарушением всей логики расчетов или не приведены никакие расчеты.

Задача 3. Максимум 20 баллов

В современных экономических моделях большую роль при определении поведения экономических агентов играют их ожидания относительно будущего.

Пусть Виталий хочет рассчитать, сколько чая ему нужно выпивать каждый день, чтобы быть счастливым и бодрым. Обозначим за x_t количество чая (в миллилитрах), которое Виталий выпивает за день t .

Введем также следующее обозначение: $E_t(x_{t+1})$ – это оценка, сделанная в день t , относительно количества чая, которое Виталий выпьет за день $(t + 1)$. Например, если t – сегодня, то эта запись означает, что Виталий сегодня думает относительно количества чая, которое он выпьет завтра.

Пусть оптимальное количество выпитого чая за каждый день выражается следующим соотношением: $x_t = 0.8E_t(x_{t+1}) + y_t$, где y_t – не зависящее от действий Виталия количество чая, выпиваемое его лучшим другом Петром (в миллилитрах), определяемое как: $y_t = 0.6y_{t-1}$, а ожидания Виталия формируются следующим образом: $E_t(x_{t+1}) = 0.6x_{t-1} + 60$.

Виталий решил заняться этой задачкой в понедельник (обозначим за x_1), зная, что в воскресенье он выпил 200 мл чая (обозначим за x_0), а Петр – 300 мл (обозначим за y_0).

- 1) Выведите формулу оптимального потребления чая на каждый день для Виталия, связывающую x_t с начальными значениями x_0, y_0 и днем t .
- 2) Определите, сколько чая должен выпить Виталий в понедельник (x_1) и вторник (x_2).
- 3) Если Виталий действует строго по модели, совпадают ли фактическое (x_2) и ожидаемое $E_1(x_2)$ количество выпитого им чая во вторник? Рассчитайте величину ошибки как разницу между этими двумя количествами. Приведите два экономических обоснования, почему прогнозы не всегда совпадают с реальностью?

Решение:

Пункт 1:

Необходимо аналитически решить систему и получить выражение для x_t

$$\begin{cases} x_t = 0.8E_t(x_{t+1}) + y_t \\ E_t(x_{t+1}) = 0.6x_{t-1} + 60 \\ y_t = 0.6y_{t-1} \\ x_0 = 200, y_0 = 300 \end{cases}$$

Подставим имеющиеся выражения в основное:

$$x_t = 0.8(0.6x_{t-1} + 60) + y_t = 0.48x_{t-1} + 48 + y_t (*)$$

Необходимо вывести y_t через y_0 : $y_t = 0.6^t y_0$

Подставляем: $x_t = 0.48x_{t-1} + 0.6^t y_0 + 48$ (**)

Аналогично необходимо вывести x_t через x_0 – рекурсивно. Так как выражение для x верно для всех t , получим

$$x_t = 0.48x_{t-1} + 0.6^t y_0 + 48 = 0.48[0.48x_{t-2} + 0.6^{t-1} y_0 + 48] + 0.6^t y_0 + 48$$

$$x_t = 0.48^2 x_{t-2} + 0.48 * 0.6^{t-1} y_0 + 0.6^t y_0 + 0.48 * 48 + 48$$

$$x_t = 0.48^2 [0.48x_{t-3} + 0.6^{t-2} y_0 + 48] + 0.48 * 0.6^{t-1} y_0 + 0.6^t y_0 + 0.48 * 48 + 48$$

$$x_t = 0.48^3 x_{t-3} + 0.48^2 * 0.6^{t-2} y_0 + 0.48 * 0.6^{t-1} y_0 + 0.6^t y_0 + 0.48^2 * 48 + 0.48 * 48 + 48$$

...

$$x_t = 0.48^t x_0 +$$

$$+ y_0 * (0.48^{t-1} * 0.6 + \dots + 0.48^2 * 0.6^{t-2} + 0.48 * 0.6^{t-1} + 0.6^t) +$$

$$+ 48 * (0.48^{t-1} + \dots + 0.48^2 + 0.48 + 1)$$

$$x_t = 0.48^t x_0 + y_0 * 0.6^t \frac{1 - (0.48/0.6)^t}{1 - 0.48/0.6} + 48 * \left(\frac{1 - 0.48^t}{1 - 0.48} \right)$$

$$x_t = 0.48^t x_0 + y_0 * 0.6^t \frac{1 - 0.8^t}{1 - 0.8} + 48 * \left(\frac{1 - 0.48^t}{1 - 0.48} \right)$$

$$x_t = 0.48^t * x_0 + (y_0/0.2) * (0.6^t - 0.48^t) + 48/(1 - 0.48) * (1 - 0.48^t)$$

Подставляя начальные значения, получим:

$$x_t = 0.48^t * 200 + 1500 * (0.6^t - 0.48^t) + 48/0.52 * (1 - 0.48^t)$$

Также возможно было получить итоговую формулу через преобразования убывающих геометрических прогрессий.

Пункт 2:

В понедельник Виталий должен выпить:

$$x_1 = 0.48^1 * 200 + 1500 * (0.6^1 - 0.48^1) + 48/0.52 * (1 - 0.48^1) = 96 + 180 + 48 = 324 \text{ (мл)}$$

Во вторник Виталий должен выпить:

$$x_2 = 0.48^2 * 200 + 1500 * (0.6^2 - 0.48^2) + 48/0.52 * (1 - 0.48^2) = 46.08 + 194.4 + 71.04 = 311.52 \text{ (мл)}$$

Пункт 3:

Величина ошибки: $x_2 - E_1(x_2) = 311.52 - [0.6 * 200 + 60] = 131.52$ – выпито на 131.52 мл больше, чем ожидалось.

Причины несоответствия:

- Ограниченная рациональность агентов: недостаток вычислительных мощностей, ограниченное понимание взаимосвязей, недостаток информации
- Случайные события, происходящие после прогноза и влияющие на фактическое значение переменной

Критерии оценивания:

Пункт 1 – max = **12 баллов**

- Частичное продвижение по выводу формулы (примерно на 1/3) – **4 балла**;
- Частичное продвижение по выводу формулы (примерно на 2/3) – **8 баллов**;
- Полный вывод итоговой формулы – **12 баллов**

Каждая арифметическая ошибка при верной логике решения – **минус 2 балла**

Пункт 2 – max = **4 балла** (по 2 балла за x_1 и x_2)

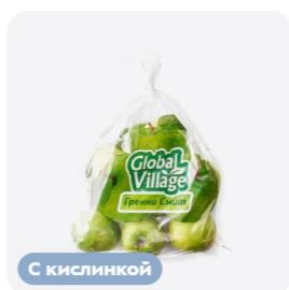
Пункт 3 – max = **4 балла**:

- Расчет величины ошибки - **2 балла**,
- Обоснование - **2 балла** (1 балл за каждую причину)

Задача 4. Максимум 20 баллов

(А) При покупке многих продуктов питания, продаваемых на развес, мы можем ожидать, что цена за единицу веса или объема фасованного продукта должна быть больше цены такого же продукта, но не фасованного. Приведите два различных аргумента, объясняющие ожидание такого соотношения.

(Б) Однако в реальности мы часто видим обратное соотношение. Например, на картинках ниже вы видите, как различаются цены на яблоки двух сортов в зависимости от того, фасованные они или нет. Приведите 2 различных экономических обоснования такого наблюдаемого соотношения.



★ 4,82
Яблоки Global Village
Гренни Смит фасованные
Цена за 1 кг

139⁹⁹₽



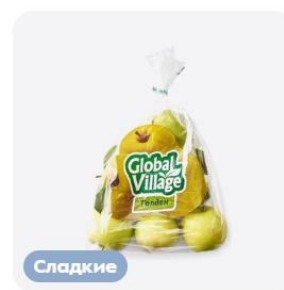
★ 4,86
Яблоки Гренни Смит
Цена за 1 кг

169⁹⁹₽
149⁹⁹₽



★ 4,87
Яблоки Голден
Цена за 1 кг

169⁹⁹₽



★ 4,83
Яблоки Global Village
Голден фасованные
Цена за 1 кг

139⁹⁹₽

Решение:

(А) Примеры аргументов:

- 1) Фасовка имеет дополнительные издержки (на труд, весы, на фасовочный материал).
- 2) Спрос на фасованный товар, возможно, больше, т.к. потребители экономят время на взвешивание товара, поэтому готовы платить большую цену. А при более высоком спросе равновесная цена должна быть больше.
- 3) Потребители могут ожидать, что в упаковке отобраны продукты лучшего качества – готовы за них платить больше, поэтому цена выше.

(Б) Примеры аргументов:

- 1) Продажа фасованного товара как правило происходит большим объемом, а при покупке большего объема цена обычно ниже (ценовая дискриминация 2 рода);
- 2) Когда потребители самостоятельно взвешивают товар, часть его может повреждаться – продавец не сможет продать эти единицы товара. На оставшиеся должна быть более высокая цена.
- 3) Потребители выбирают при покупке нефасованного товара продукты лучшего качества – они стоят дороже. Останутся непроданными худшие экземпляры. В фасованном же пакете единицы товара разного качества продаются вперемешку – в среднем цена такого товара будет меньше.
- 4) Фасовка промышленным способом обходится дешевле, чем фасовка потребителем вручную (магазину нужно обслуживать весы и т.п.).

Принимаются так же другие экономические аргументы. Не принимались противоречащие друг другу аргументы (засчитывался только один из них). Не засчитывались фактически одинаковые аргументы, записанные немного разными словами (засчитывался один из них). Не засчитывались некорректные аргументы (например, что при более высоком спросе цена будет меньше).

Критерии оценивания:

(А) **10 баллов** (2 обоснования по 5 баллов).

(Б) **10 баллов** (2 обоснования по 5 баллов).

Задача 5. Максимум 20 баллов

Ивану приснился сон, в котором он попал на экономическую телевикторину, где дошел до финала и выиграл 400 тысяч рублей. Ведущий предложил ему сыграть в суперигру, в которой он должен выбрать одно из трех возможных решений. Наградой будет та сумма, которую он получил бы, выбрав соответствующее решение.

Путь 1. Открыть депозит в рублях на 1 год с доходностью 18% годовых без капитализации и выплатой процентов в конце срока.

Путь 2. Обменять рубли на индийские рупии по курсу 100 рупий = 80 рублей и открыть депозит в индийском банке с доходностью 4% годовых (без капитализации и выплатой процентов в конце срока) на один год, а затем обменять полученные рупии по курсу 100 рупий = 75 рублей.

Путь 3. Обменять рубли на евро по курсу 1 евро = 92 рубля и купить облигации со следующими характеристиками: цена покупки – 100 евро за штуку, цена продажи через год с учетом купонного дохода – 105 евро за штуку. Затем через год продать облигации и обменять имеющиеся евро по курсу 1 евро = 102 рубля.

- 1) Рассчитайте итоговый выигрыш при выборе каждого пути и скажите, какой вариант стоит выбрать Ивану в его сне?
- 2) Проснувшись, Иван решил, что наяву в подобной игре сделать рациональный выбор было бы гораздо сложнее. Приведите три различные экономические причины, объясняющие его точку зрения.

Решение:

Пункт 1. Расчет выигрышей в каждом из путей.

Путь 1: 400000 рублей на депозит под 18% годовых на один год: $400000 * (1 + 0,18) = \mathbf{472000}$ рублей

Путь 2: 400000 рублей = 500000 рупий → открываем депозит на 1 год под 4 % годовых – получаем $500000 * (1 + 0,04) = 520000$ рупий → обмениваем обратно на рубли – 520000 рупий = **390000 рублей**.

Путь 3: 400000 рублей = 4347,83 евро, на них покупаем 43 облигаций по 100 евро (купить 44ю не можем, не хватает), через год продаем и получаем $43 * 105 = 4515 + 47,83$ (остаток) = 4562,83 евро = **465408,66 рублей**

Вывод: выбираем путь 1.

Пункт 2.

Возможные экономические причины:

- Неопределенность относительно будущих значений валютных курсов, затрудняющая расчет доходностей
- Всевозможные транзакционные издержки (необязательно именно этот термин): комиссии, налоги, ...
- Ограничения на потоки капитала (например, вывод капитала из России или ввоз в Индию) и на операции с капиталом (например, открытие депозита в Индии без гражданства этой страны)
- Невозможность осуществлять операции в евро
Часто указываемая причина – инфляция – не засчитывалась без указания, как она влияет. Все итоговые суммы получены в рублях, поэтому все они одинаково соотносятся друг с другом с учетом инфляции. Так же при указании на разную инфляцию в разных странах не объяснялось, как это влияет на соотношение в суммах трех путей (инфляция влияет на стоимость валюты и на обменные курсы, но это другая причина, обычно уже указанная).

Пункт 1 – max = **11 баллов**

- Расчет выгоды при выборе пути 1: полный корректный ответ - **3 балла**, правильная логика при наличии арифметической ошибки - **1 балл**
- Расчет выгоды при выборе пути 2: полный корректный ответ (перевод рублей в рупии, расчет выгоды в рупиях, обратный перевод рупий в рубли) - **3 балла**, правильная логика при наличии арифметической ошибки – не больше **2 баллов**
- Расчет выгоды при выборе пути 3: полный корректный ответ (перевод рублей в евро, расчет количества облигаций, расчет выгоды в евро, перевод евро в рубли) - **4 балла**, если не учтено, что можно купить только 43 облигации – **минус 1 балл**, если не учтен остаток (на который нельзя купить облигацию) при переводе евро в рубли – **минус 1 балл**, правильная логика при наличии арифметической ошибки – не больше **2 баллов**
- Правильно сделанный вывод - **1 балл**

Пункт 2 – max = **9 баллов**

- Приведены три корректные причины - **9 баллов**
- Приведены две корректные причины - **6 баллов**
- Приведена одна корректная причина - **3 балла**